



## MATH AREA

### PREPARATORY WORKSHOP FOR COMPETENCES TEST - THIRD TERM

### TENTH GRADE

Analyze and resolve each of the following situations, doing the complete procedure in the notebook with its respective argumentation. **DATE OF DELIVERY: NOVEMBER 1<sup>st</sup> /2023**  
 To resolve the situations, consider the following information:

RR.TT	ÁNGULOS NOTABLES											
	8°	15°	16°	30°	37°	45°	53°	60°	74°	75°	120°	
Sen	$\frac{\sqrt{2}}{10}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{24}{25}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
Cos	$\frac{7\sqrt{2}}{10}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{24}{25}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$-\frac{1}{2}$	
Tag	$\frac{1}{7}$	$2-\sqrt{3}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{4}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{24}{7}$	$2+\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	

$$\sin \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

**Teorema del coseno:**  $x^2 = y^2 + z^2 - 2yz \cos \theta$ ,  
 donde  $\theta$  es el ángulo opuesto al lado  $x$ .

**Teorema del seno:**  $\frac{\text{sen}A}{a} = \frac{\text{sen}B}{b} = \frac{\text{sen}C}{c}$ ,  
 donde  $A, B$  y  $C$  son los ángulos opuestos a los lados  $a, b$  y  $c$ , respectivamente.

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

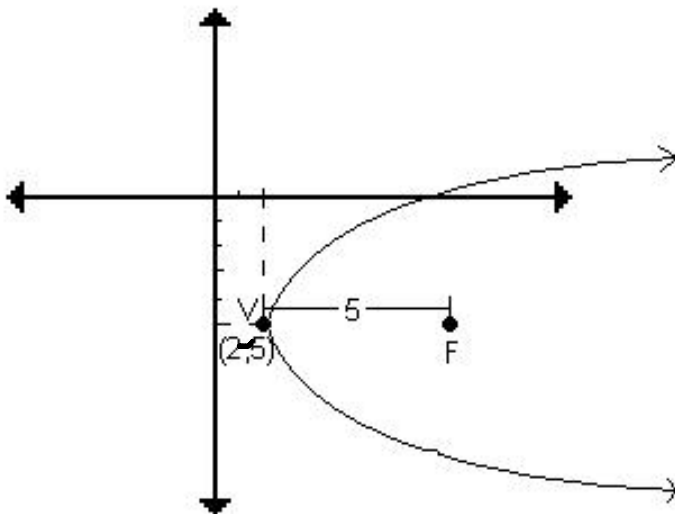
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

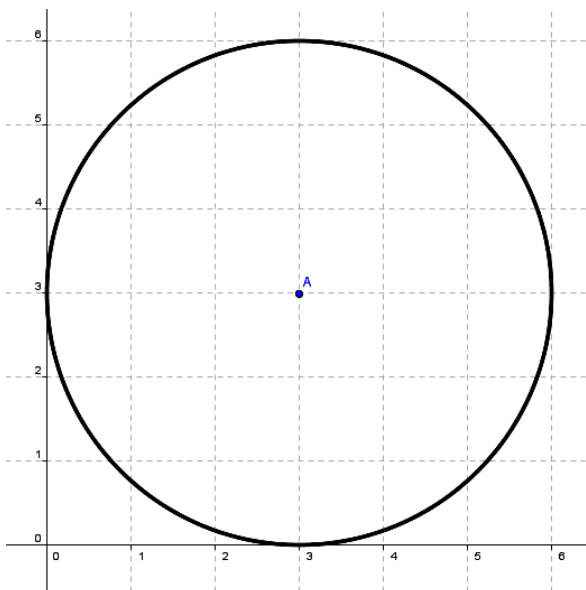
$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

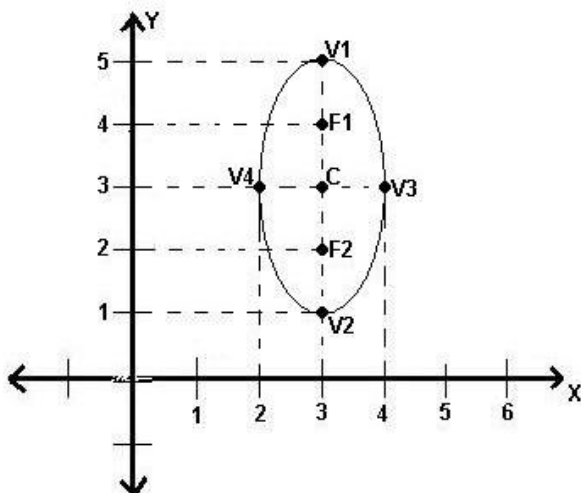
IN QUESTIONS 1 TO 6 WRITE IN FRONT OF EACH SENTENCE IF IT IS TRUE OR FALSE ACCORDING TO THE FOLLOWING GRAPH:



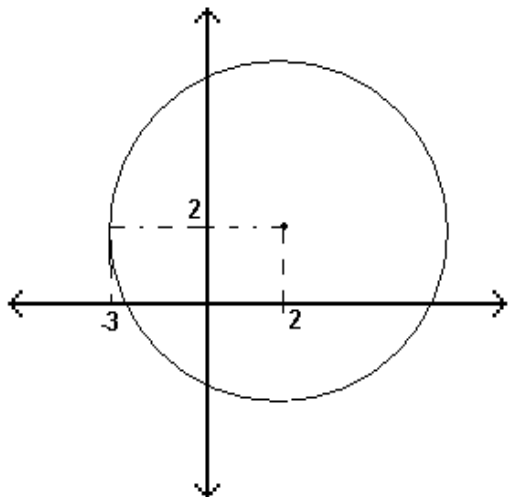
1. The coordinate of the focus is  $(-5, 7)$  \_\_\_\_\_
2. The coordinate of the focus is  $(10, -2)$  \_\_\_\_\_
3. The coordinate of the focus is  $(7, -5)$  \_\_\_\_\_
4. It's half hyperbola. \_\_\_\_\_
5. It's a parabola \_\_\_\_\_
6. It is an asymptote. \_\_\_\_\_
7. What is the equation of the parabola shown in the image?
8. What is the general equation of the following circumference?



9. From the following ellipse, find the coordinates of the center, foci, and vertices.



10. What is the canonical equation that satisfies the following graph?



11. To which class of conic does the general equation  $x^2 - y^2 - 5 = 0$ ?

IN QUESTIONS 12 TO 15 WRITE IN FRONT OF EACH SENTENCE IF IT IS TRUE OR FALSE ACCORDING TO THE FOLLOWING EXPRESSION:

$$\csc \theta - 2 = \frac{\sec \theta}{\tan \theta} - 2$$

12. It is an identity because on both sides 2 units are subtracted. \_\_\_\_\_
13. It is not an identity because for all values of  $\theta$  in the domain of functions, the results on both sides are not equal. \_\_\_\_\_
14. It is an identity because for every value of in the domain of functions, the same result is obtained on both sides \_\_\_\_\_
15. It is not an identity because the division on the left side is missing. \_\_\_\_\_
16. Of the following expressions, write in front of each one whether or not it is equivalent to:

$$\frac{\sec \theta}{\tan \theta} - 2$$

- $\frac{\csc \theta - 2 \sec \theta}{\sec \theta}$  \_\_\_\_\_
- $\frac{1 - 2 \cos \theta}{\tan \theta}$  \_\_\_\_\_
- $\frac{1 - 2 \csc \theta}{\sec \theta}$  \_\_\_\_\_

17. Si se tiene un cuadrado cuyo lado mide  $\sec \theta$  y también se sabe que su área, en unidades cuadradas, mide  $\frac{1}{4}$ .

Escriba en frente de cada ecuación si representa la situación descrita y si su justificación es verdadera o no.

- $\cos^2 \theta = \frac{1}{4}$ , porque un cuadrado trigonométrico, tiene por medida de sus lados el complemento de la función respectiva. \_\_\_\_\_
- $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{4}$ , ya que el cuadrado satisface la identidad fundamental y ésta a su vez es igual a  $\frac{1}{4}$ . \_\_\_\_\_
- $\sin^2 \theta = \frac{1}{4}$ , ya que el área de un cuadrado es igual a la medida de su lado elevada al cuadrado y esta a su vez es igual a  $\frac{1}{4}$ . \_\_\_\_\_
- $4\sin\theta = \frac{1}{4}$ , porque el cuadrado tiene 4 lados igual y cada uno mide  $\sin\theta$ . \_\_\_\_\_

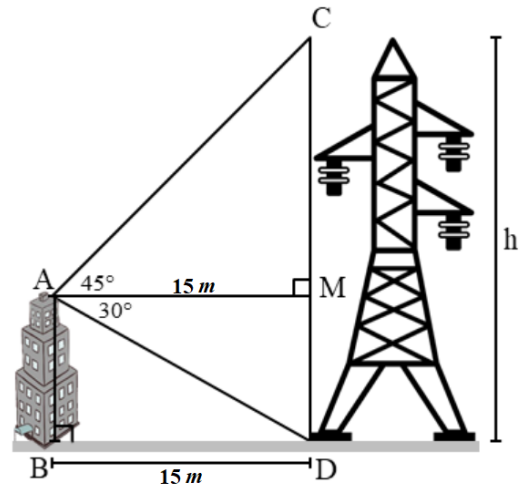
ANSWER QUESTIONS 18 AND 19 ACCORDING TO THE FOLLOWING INFORMATION

En un plano inclinado, la fuerza para mantener una caja en reposo está dada por:

$$F = \frac{w(\sin\theta + \mu \cos\theta)}{\cos\theta - \mu \sin\theta}$$

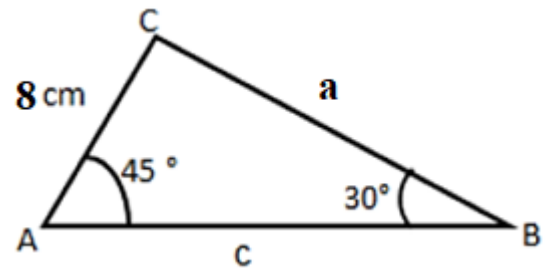
Donde  $w = 30\text{N}$  es el peso de la caja,  $\theta = 30^\circ$  es el ángulo de inclinación del plano y  $\mu = 0,5$  es el coeficiente de fricción.

18. Con la información anterior, deduzca a qué es igual  $F$ .
19. Si suponemos que  $\mu = \tan\theta$ , entonces ¿cómo podría ser escrito el NUMERADOR de la expresión para la Fuerza?
20. Al atardecer, un árbol proyecta una sombra de 3 metros de longitud. Si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombra es de 5 metros, ¿cuál es la altura del árbol?
21. Desde la azotea de un edificio, Sara observa la parte más alta y la parte más baja de una torre, tal como se muestra en la figura.



Si Sara se encuentra a una distancia de 15 metros de la torre, ¿cuál es la altura de la torre?

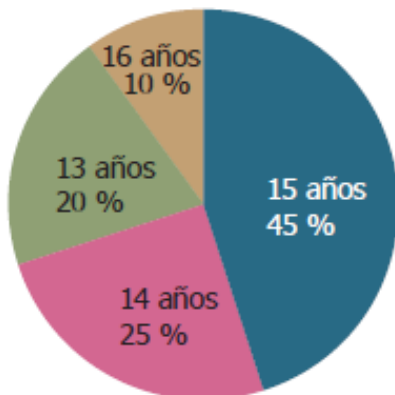
22. De acuerdo con las medidas del siguiente triángulo, ¿Cuántos centímetros mide el lado  $a$ ?



23. Se quiere calcular la distancia entre dos puntos, P y Q, pero hay un muro entre ellos. Con una cinta métrica, se comprueba que la distancia de P a cierto punto R es 3 m y la distancia de Q a R es 4 m. También se sabe que el ángulo formado por los segmentos PR y QR es de  $60^\circ$ . ¿Cuál expresión corresponde a la distancia entre P y Q?
24. En un juego de habilidad participan 5 jugadores que bailan alrededor de 3 sillas mientras suena una canción. Cuando la canción se pausa, los jugadores deben intentar sentarse en alguna de las sillas, teniendo en cuenta que en cada silla solo se puede sentar una persona. Los jugadores que queden de pie perderán. ¿De cuántas formas diferentes pueden sentarse los 5 jugadores en las 3 sillas?

25. La gráfica representa la distribución, por edades, de los estudiantes pertenecientes a noveno grado de un colegio.

¿Cuál es la mediana de las edades de grado noveno de este colegio?



26. En una empresa se decide calificar el servicio al cliente de los trabajadores, utilizando una encuesta que califica el servicio de 1 a 3. Si, al finalizar la encuesta, se ha conseguido una calificación promedio de 2, encuestando a 80 personas, escriba en cada tabla si puede o no corresponder a ese estudio.

Calificación	Número de votos
1	20
2	40
3	20

Calificación	Número de votos
1	20
2	80
3	60

Calificación	Número de votos
1	10
2	50
3	20

Calificación	Número de votos
1	10
2	10
3	20

27. Respecto a un ángulo  $Q$  se conoce que:

$$1. \sin Q = \frac{1}{2}$$

$$2. \tan Q < 0$$

A partir de esta información, se plantea descubrir el correspondiente valor de  $\cos Q$ , realizando el siguiente procedimiento:

**Paso 1.** Elevar el valor de  $\sin Q$  al cuadrado, obteniendo  $\frac{1}{4}$ .

**Paso 2.** Plantear la identidad pitagórica:

$$(\cos Q)^2 + (\sin Q)^2 = (\cos Q)^2 + \frac{1}{4} = 1$$

**Paso 3.** Despejar la ecuación para hallar el valor de  $(\cos Q)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .

**Paso 4.** Obtener la raíz cuadrada de la expresión anterior, para obtener que  $\cos Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

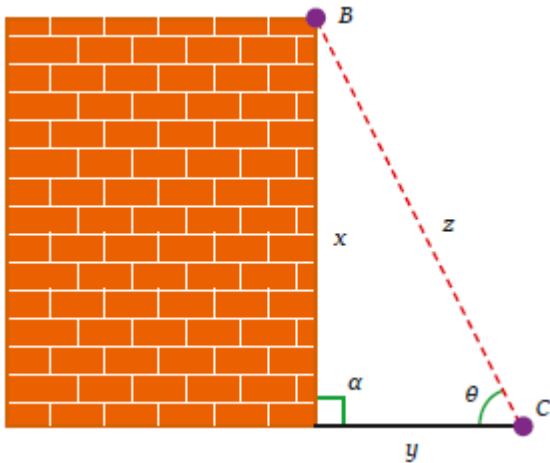
El procedimiento anterior tiene un paso **erróneo**. ¿En dónde está y por qué?

- En el paso 2, porque la identidad pitagórica solo funciona si  $\tan Q > 0$ .
- En el paso 1, porque es incorrecto considerar que  $\sin(Q^2) = (\sin Q)^2$ .
- En el paso 4, porque si  $\tan Q < 0$ , la raíz debería considerar el valor negativo.
- En el paso 3, porque no es posible que  $\cos Q$  sea un valor mayor que 1.

28. Un grupo de estudiantes desea colgar un listón en el colegio. Para determinar la longitud que debe tener el listón, ellos dibujaron un diagrama que representa la situación:

- La línea punteada de color rojo representa el listón, que va desde el punto B hasta el punto C.

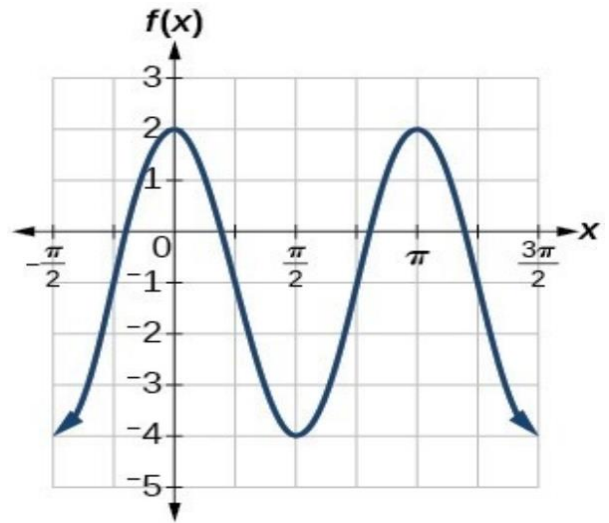
- Las variables  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\alpha$  y  $\theta$  representan algunas medidas de la situación, las cuales forman un triángulo rectángulo.



Escribe al frente de cada afirmación si es Verdadera o Falsa con respecto a si es posible determinar la longitud del listón  $z$  conociendo dos medidas adicionales a las que se muestran en el diagrama.

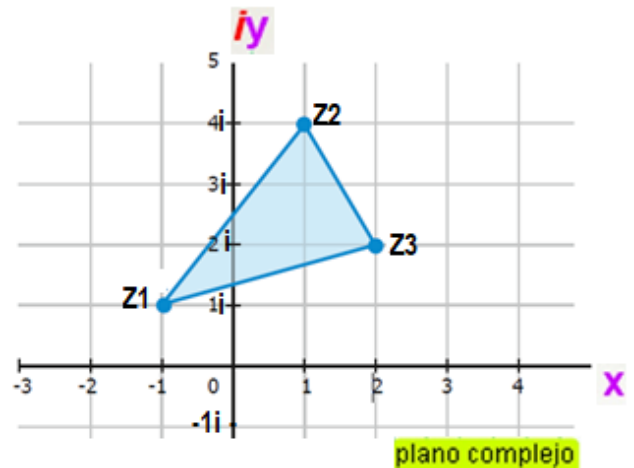
- No, porque es necesario conocer las medidas de la altura  $x$ , del ángulo  $\alpha$  y de la distancia  $y$  para usar una razón trigonométrica. \_\_\_\_\_
- Sí, porque se puede usar una razón trigonométrica con la medida del ángulo  $\theta$  y la medida de la distancia  $y$ . \_\_\_\_\_
- No, porque es necesario conocer las medidas de los tres ángulos internos del triángulo que se forma. \_\_\_\_\_
- Sí, porque se puede usar una razón trigonométrica con la medida de la altura  $x$  y la medida del ángulo  $\alpha$ . \_\_\_\_\_

29. De la siguiente función, determine la amplitud, el período y el valor máximo.



30. When replacing  $x = -4$  e  $y = 5$  in the following expression:  $\sqrt{x - y}$ , can you conclude that the result is a real number? or a complex number? ¿why?

31. In math class the teacher draws the following triangle on a complex plane.



What are the complex numbers that correspond to the vertices  $Z_1$ ,  $Z_2$  and  $Z_3$ ?